OBJETIVOS
1) Saber el concepto de potenciación y radicación.
2) Conocer las propiedades de potenciación y radicación.
3) Hallar potencias y raíces en números reales.

Docente; Armando Becerra

EL DESARROLLO DEL TALLER LO PUEDEN ENVIAR POR WHATSAPP AL 3187839932

RECOMENDACIONES:

1. Leer cuidadosamente la guía
2. Realizar las actividades para entregar en su cuaderno o en hojas limpias
3. No escribir sobre las guías

A continuación, encontrará la explicación del tema relacionado con el conjunto de los números enteros y las actividades a realizar

POTENCIAS Y RADICALES

Potencias de exponente natural

Sea $a \in R \sim \{0\}$ $n \in N$ Definimos $a^n = a \cdot \overset{(n}{\ldots\ldots\ldots} \cdot a$

Ejemplo: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, $(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$

Propiedades:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

3) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

4) $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

5) $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

Por convenio: 6) $a^0 = 1$

Potencias de exponente negativo

Sea $a \in R \sim 0$ $n \in N$. Definimos $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Ejemplo: $3^{-4} = \dfrac{1}{3^4} = \dfrac{1}{81}$

Propiedades:

Sea $a \in R \sim 0$ $n, m \in Z$, se cumplen las mismas propiedades (1), (2), (3), (4), (5).

Radical

Definimos raíz n-ésima del valor a $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$.

El valor n se llama índice. El valor a se llama radicando.

Si el índice es 2 la raíz se llama raíz cuadrada y se representa por $\sqrt{\ }$

Ejemplo:

$\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$

$\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$

$\sqrt[3]{-125} = -5$ porque $(-5)^3 = -125$

Número de raíces de un radicando:

Si el radicando es positivo y el índice par, existen dos soluciones reales opuestas:
Si el radicando es negativo y el índice par, no existe ninguna raíz real.
Ejemplo:

$\sqrt{25} = \pm 5$ $\qquad$ $\sqrt[4]{16} = \pm 2$ $\qquad$ $\sqrt{-25} \notin R$ $\qquad$ $\sqrt[4]{-16} \notin R$

Nota: La calculadora calcula la raíz positiva de los radicales de exponente par.
El resto del tema, si no decimos lo contrario, consideraremos también la raíz positiva.

Si el índice es impar, existe una solución real del mismo signo que el radicando.
Ejemplo:

$\sqrt[3]{64} = 4$ $\qquad$ $\sqrt[5]{243} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{-64} = -4$ $\qquad$ $\sqrt[5]{-243} = -3$

Uso de la calculadora.

Para efectuar potencias y radicales con calculadora se utilizan, respectivamente, les teclas $\boxed{x^y}$ $\boxed{x^{1/y}}$

Ejemplos:

Para efectuar 5^4 en la calculadora se escribe:

5	x^y	4	=	El resultado es: $\boxed{625}$

Para efectuar 5^{-4}, en la calculadora se escribe:

5	x^y	4	$\pm$	=	El resultado es: $\boxed{1.6^{-03}}$

Es decir: $5^{-4} = 0{,}0016$

Para efectuar $\sqrt[5]{32}$, en la calculadora se escribe:

32	$x^{1/y}$	5	=	El resultado es: $\boxed{2}$

Para efectuar $\sqrt[4]{2^3}$, en la calculadora se escribe:

2	x^y	(	3	:	4	)	=	El resultado es: $\boxed{1.68179283}$

O bien

2	x^y	3	$x^{1/y}$	4	=	El resultado es: $\boxed{1.68179283}$

Propiedades de los radicales:

(1) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

(2) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

(3) $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

(4) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

(5) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$

Expresión potencial de un radical.

Definimos $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ tal que $m \in Z, n \in Z \sim \{0\}$.

Ejemplo: $\sqrt[5]{3^7} = 3^{\frac{7}{5}}$ $\qquad$ $\dfrac{1}{\sqrt[7]{5^3}} = 5^{\frac{-3}{7}}$

Simplificación de radicales

Para simplificar un radical dividimos el índice y el exponente del radical por el mcd de los dos. (Aplicación de la propiedad (5)).

Ejemplo:
$\sqrt[15]{7^6} = \sqrt[3\cdot5]{7^{3\cdot2}} = \sqrt[5]{7^2}$
mcd(15,6)=3

Extracción de factores de un radical

El procedimiento para sacar factores de un radical es el siguiente.
(Aplicación de les propiedades (1) (5)):
a) Descomponer en factores primos el radicando.
b) Conseguir que algún exponente sea múltiplo del índice. Luego simplificar.
c) Todos los exponentes del interior del radicando han de ser menores que el índice.

Veámoslo con un ejemplo:
$\sqrt[3]{250 \cdot a^5 \cdot b^7} = \sqrt[3]{2 \cdot 5^3 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot b} = 5 \cdot a \cdot b^2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot a^2 \cdot b}$

Introducción de factores en el radicando

Para introducir un factor en un radicando, lo elevamos al número que indique el índice y lo multiplicamos por el radicando. (Aplicación de las propiedades (1) (5))
Ejemplo:
$7\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{7^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{12005}$
$3a\sqrt[5]{2a^2} = \sqrt[5]{3^5 \cdot a^5 \cdot 2 \cdot a^2} = \sqrt[5]{486a^7}$

Reducción de radicales a índice común

Reducir a índice común unos radicales es convertirlos en otros radicales equivalentes que tengan el mismo índice.
El índice común es el mcm de los índices y el radicando se eleva al resultado de dividir el índice común entre el índice respectivo. (Aplicación de la propiedad (5)):

Ejemplo:
Reducir a índice común $\sqrt[3]{5^4}$, $\sqrt[4]{7^5}$, $\sqrt{3^5}$
El mcm(3,4,2)=12
$\sqrt[3]{5^4} = \sqrt[12]{(5^4)^4} = \sqrt[12]{5^{16}}$
$\sqrt[4]{7^5} = \sqrt[12]{(7^5)^3} = \sqrt[12]{7^{15}}$
$\sqrt{3^5} = \sqrt[12]{(3^5)^6} = \sqrt[12]{3^{30}}$
Es decir, $\sqrt[12]{5^{16}}$, $\sqrt[12]{7^{15}}$, $\sqrt[12]{3^{30}}$ son equivalentes a los del enunciado y tienen el mismo índice.

El ejercicio anterior servirá para comparar y ordenar radicales, así como para multiplicar y dividir radicales.

Ejemplo:
Ordenar de menor a mayor $\sqrt[5]{15}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[15]{3475}$

$$\sqrt[5]{15} = \sqrt[15]{15^3} = \sqrt[15]{3375}\ ,\quad \sqrt[3]{5} = \sqrt[15]{5^5} = \sqrt[15]{3125}\ ,\quad \sqrt[15]{3475}$$

Por lo tanto, $\sqrt[3]{5} < \sqrt[5]{15} < \sqrt[15]{3475}$

Multiplicación y división de radicales

Para multiplicar o dividir radicales, se reducen los radicales a índice común y después se aplica la propiedad (1) o (2).

Ejemplo:

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[6]{7^2} = \sqrt[6]{5^3 \cdot 7^2} = \sqrt[6]{6125}$$

$$\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[12]{5^3}}{\sqrt[12]{3^2}} = \sqrt[12]{\frac{125}{9}}$$

Radicales semejantes

Radicales semejantes son aquellos que después de simplificarlos tienen el mismo índice y radicando.

Ejemplo:
$\sqrt{75}$, $\sqrt{27}$ son semejantes ya que sacando factores fuera de ambos radicales tenemos:

$$\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

Suma y resta de radicales semejantes

Para sumar o restar radicales semejantes, se simplifican y se extraen factores fuera de los radicales respectivos. A continuación se suman o restan los coeficientes respectivos y se multiplica el resultado por el radical común (propiedad distributiva de los números reales).

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} - \sqrt[3]{4^3 \cdot 5} = 2 \cdot \sqrt[3]{5} - 4 \cdot \sqrt[5]{5} = -2 \cdot \sqrt[3]{5}$$

$$5\sqrt{27} + 6\sqrt{75} = 5\sqrt{3^2 \cdot 3} + 6\sqrt{5^2 \cdot 3} = 5 \cdot 3\sqrt{3} + 6 \cdot 5\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$$

REALIZAR LOS SIGUIENTES EJECICIOS DE POTENCIACION Y RADICACION

POTENCIAS Y RADICALES EN LOS NUMEROS REALES

OBJETIVOS

1) Saber el concepto de potenciación y radicación.
2) Conocer las propiedades de potenciación y radicación.
3) Hallar potencias y raíces en números reales.

Docente; Armando Becerra

EJERCICIO 1

Simplifica. Escribe en forma de una sola potencia:

a) $7^8 \cdot 7^{-3} =$

b) $5^{-2} \cdot 5 =$

c) $(-8)^{-4} \cdot (-8)^{-2} \cdot (-8)^5 =$

d) $7^6 \cdot 7^{-4} \cdot 7^{-1} =$

e) $9^3 : 9^7 =$

f) $3^{-5} : 3^4 =$

g) $\left(8^{-5}\right)^2 =$

h) $\left((-6)^3\right)^{-4} =$

) $\dfrac{3^5 \cdot 3^{-4}}{3^7} =$

) $\dfrac{8^5 \cdot 8^{-2}}{\left(8^3\right)^5 \cdot 8} =$

) $\dfrac{2^3 \cdot 8^{-3}}{\left(4^{-2}\right)^5} =$

) $\dfrac{5^3 \cdot 125^{-3}}{\left(25^4\right)^{-5}} =$

EJERCICIO 2

Calcula los valores reales de los siguientes radicales por descomposición factorial:

a) $\sqrt{729} =$

b) $\sqrt[3]{125} =$

c) $\sqrt[4]{160000} =$

d) $\sqrt{-36} =$

e) $\sqrt[5]{-0'00001} =$

f) $\sqrt[3]{2744} =$

g) $\sqrt[3]{\dfrac{-27}{8}} =$

h) $\sqrt{\dfrac{16}{625}} =$

y) $\sqrt[4]{-81} =$

j) $\sqrt[5]{-161051} =$

EJERCICIO 3

Escribe en forma de potencia:

a) $\sqrt{3^5} =$

b) $\sqrt{7} =$

c) $\sqrt[3]{4^5} =$

d) $\sqrt[7]{2^3} =$

e) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} =$

f) $\dfrac{1}{\sqrt{3^5}} =$

g) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} =$

h) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{2^3}} =$

y) $\sqrt[3]{\sqrt{2}} =$

j) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{4}} =$

m) $\sqrt[5]{5^{10}} =$

l) $\sqrt{7^4} =$

Escribe en forma de radical:

a) $7^{\frac{3}{4}} =$

b) $2^{\frac{1}{3}} =$

c) $8^{\frac{1}{4}} =$

d) $5^{\frac{5}{2}}$

e) $5^{\frac{-2}{3}} =$

f) $6^{\frac{-3}{2}} =$

g) $7^{\frac{-9}{4}} =$

h) $10^{\frac{-1}{2}} =$