INSTITUTO TÉCNICO DE SABANA DE TORRES			
Año lectivo: 2021	Grado: 11°	Tema: funciones	Docente: Jhon F. Lancheros F.
Periodo: 01	I/Horaria Sem: 4	Fecha Inicio:	Fecha Final:
GUÍA DE MATEMÁTICAS N°1			
Alumno:			

Tel cel. **3115034180**

Desempeño:

- Analiza el concepto de función, en sus diferentes representaciones (verbal, algebraica y graficas)
- Aplico el concepto de función en la construcción de las gráficas de las funciones.
- Participo en la elaboración de graficas de funciones especiales en el tablero.

Objetivo de aprendizaje

- Estudio y grafico funciones y las identifico por separado, resaltando sus principales características matemáticas

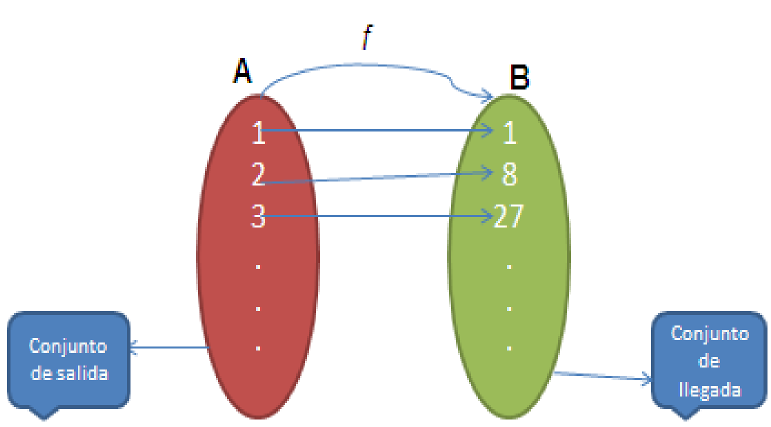
Introducción

Hola queridos estudiantes, la presente guía nos enseña el concepto de función y sus principales características. Una temática muy importante en el álgebra, el cálculo, y sirve de base para el estudio de toda matemática que aprenderemos de ahora en adelante. Para ello vamos a leer la guía en su totalidad antes de empezar a resolverla. Es muy importante analizar los ejemplos propuestos y ante cualquier duda preguntar al docente.

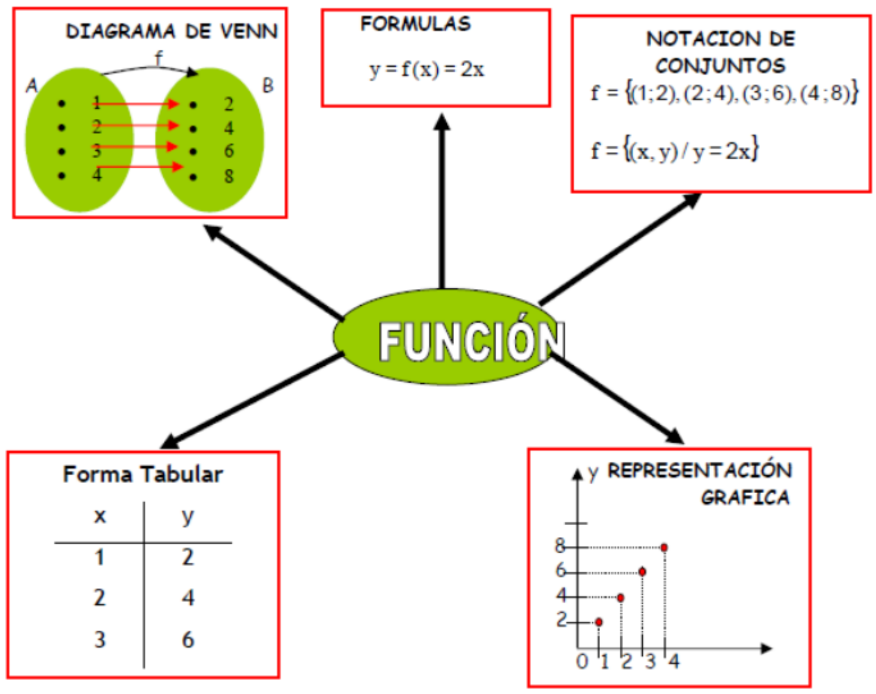
FUNCIÓN

Concepto: una función es una regla o correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto A, uno y solo un elemento de B.

Al conjunto A se le denomina conjunto de partida y al conjunto B, se le denomina conjunto de llegada.



Formas de representar una función



Dominio y rango de una función

El **dominio** de una función es el conjunto de elementos para los cuales la función está definida. Sea $f: A \to B$, se tiene que A (conjunto de partida) es el dominio y se simboliza: Dom $f = A$.

Cuando una función está definida mediante una expresión algebraica, el dominio de la función está constituido por todos los números para los cuales la fórmula está definida. Por esta razón, se deben tener en cuenta algunas restricciones tales como: las divisiones entre cero, las raíces pares de números negativos, los logaritmos con argumentos negativos y las funciones exponenciales con base menor o igual que cero, entre otras.

El **rango** de una función $f: A \to B$ es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto de llegada que son la imagen de al menos un elemento del dominio, es decir: Ran $f = \{y \in B: y = f(x) \text{ para algún } x \in A\}$.

El **rango** es el conjunto de las imágenes y a los elementos del dominio de la función se les denomina preimágenes.

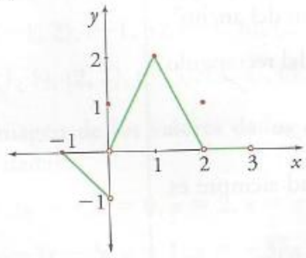
Por ejemplo, si $f(x) = 3x + 2$, la imagen de 2 es 8, ya que $f(2) = 3(2) + 2 = 8$ y la preimagen de 8 es 2.

En algunas funciones de valor real, para determinar el dominio y el rango de la función, se buscan las restricciones que tienen las variables x y y al ser despejadas en la ecuación de la función.

A partir de la gráfica de la función, se puede obtener el dominio y el rango de la función.

EJEMPLOS

1. **Determinar el dominio y el rango de la función dada en la gráfica.**



Como el dominio de la función son los valores del eje x que tienen imagen, entonces, el dominio de la función f es:

$\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R}: -1 \leqslant x < 3\}$

Se puede observar que 0 y 2 tienen como imagen a 1, así que también pertenecen al dominio de la función.

Para determinar el rango de la función, se identifican los valores que toma la variable dependiente sobre el eje y. Por tanto, se tiene que:

$$\text{Ran } f = \{y \in \mathbb{R}: -1 < y \leqslant 2\}$$

2. **Determinar el dominio y el rango de la función** $f(x) = \sqrt{x}$.

Teniendo en cuenta que en los números reales las raíces pares de números negativos no están definidas, los valores que puede tomar la variable independiente x son todos los números reales positivos o iguales a cero.

Así, $\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R}: x \geqslant 0\}$

Para determinar el rango de una función es necesario analizar los valores que toma la función. Así, en este caso se tiene que $\text{Ran } f = \{y \in \mathbb{R}: y \geqslant 0\}$.

3. **Hallar el dominio y el rango de la función** $g = \{(1, -2), (2, -1), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$.

El dominio de la función es el conjunto formado por las primeras componentes de las parejas ordenadas y el rango el conjunto formado por las segundas componentes.

Por tanto,

$\text{Dom } g = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\text{Ran } g = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

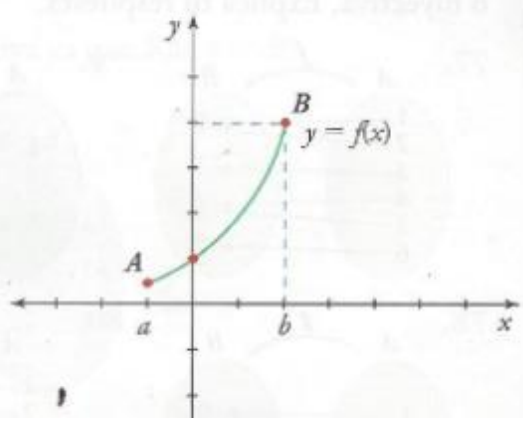
Función creciente

Una función es **creciente** en un intervalo $[a, b]$ si al aumentar los valores de x aumentan los valores de $f(x)$. Es decir, si $x_1 < x_2$, entonces, $f(x_1) < f(x_2)$.

Gráficamente se puede interpretar que una función es **creciente** en un intervalo cuando la gráfica *sube*.

Así, en la gráfica de la función f se puede observar que esta sube de izquierda a derecha, desde un punto A hasta un punto B sobre el intervalo $[a, b]$.

Por tanto, esta función es creciente en el intervalo dado.

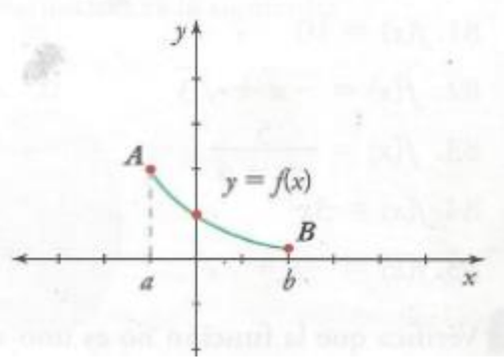


Función decreciente

Una función es **decreciente** en un intervalo $[a, b]$ si al aumentar los valores de x disminuyen los valores de $f(x)$. Es decir, si $x_1 < x_2$, entonces, $f(x_1) > f(x_2)$.

Se puede interpretar que una función es **decreciente** en un intervalo cuando su gráfica baja. Así, en la gráfica de la función f se puede observar que esta *baja* de izquierda a derecha desde un punto A hasta un punto B sobre el intervalo $[a, b]$.

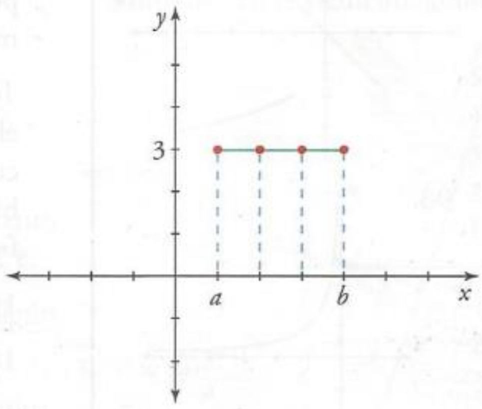
Por tanto, la función es decreciente en el intervalo dado.



Función constante

Una función es **constante** en un intervalo $[a, b]$ cuando no es creciente ni decreciente. Es decir, $f(x_1) = f(x_2)$ para todo $x_1, x_2 \in [a, b]$.

Una función es **constante** cuando su representación gráfica es una recta o un segmento de recta *horizontal*. Así, en la siguiente gráfica se observa que todos los números que pertenecen al intervalo $[a, b]$, tienen como imagen a 3. Por tanto, la función es constante en dicho intervalo.



Función par

Una función f es **par** si $f(-x) = f(x)$ para todo x que pertenece al dominio de la función.

Gráficamente se puede observar que una función par es simétrica con respecto al eje y, como se muestra en la figura 2.

Para determinar si una función f es par, se remplaza x por $-x$ en f. Luego, se resuelven las operaciones indicadas que sea posible efectuar, y al final si $f(-x)$ es igual a $f(x)$, entonces, $f(x)$ es una función par.

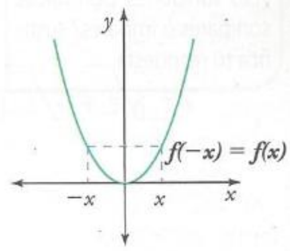


Figura 2. Función par.

Función impar

Una función f es **impar** si $f(-x) = -f(x)$ para todo x que pertenece al dominio de la función.

Gráficamente se puede observar que una función impar es simétrica con respecto al origen, como se muestra en la figura 3.

Para determinar si una función f es impar, se remplaza x por $-x$ en f y se resuelven las operaciones indicadas. Luego, se determina $-f(x)$. Finalmente, se comparan $f(-x)$ y $-f(x)$, si $f(-x) = -f(x)$, entonces, $f(x)$ es una función impar.

Para determinar si una función es par o impar basta con utilizar la definición, es decir, cambiar a x por $-x$ y determinar si se obtiene $f(x)$ o $-f(x)$.

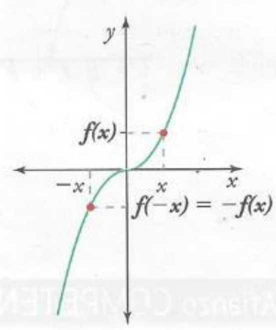


Figura 3. Función impar.

EJEMPLOS

Determinar si la función es par, impar o ninguna de las dos.

a. $f(x) = x^2 + 4$

$f(-x) = (-x)^2 + 4$ Se remplaza $-x$ en la función.

$f(-x) = x^2 + 4$ Se resuelve la potencia.

Como $f(-x) = f(x)$, entonces, la función es par.

b. $h(x) = x^3 - 5x$

$h(-x) = (-x)^3 - 5(-x)$ Se remplaza $-x$ en la función.

$h(-x) = -x^3 + 5x$ Se resuelve la potencia.

$-h(x) = -x^3 + 5x$ Se halla el opuesto de $h(x)$.

Como $h(-x) = -h(x)$, entonces, la función es impar.

c. $g(x) = 3x - 2$

$g(-x) = 3(-x) - 2$ Se remplaza $-x$ en la función.

$g(-x) = -3x - 2$ Se resuelve el producto.

$-g(x) = -3x + 2$ Se halla el opuesto de $g(x)$.

Como $g(-x) \neq g(x)$, entonces, la función no es par.

Además, como $g(-x) \neq -g(x)$, entonces, la función no es impar.

Por tanto, la función $g(x) = 3x - 2$ no es par ni es impar.

Información en la web que puede ser útil.

- https://www.youtube.com/watch?v=DzsCZ90H1sY
- https://www.youtube.com/watch?v=UlD9kTKo7c8
- https://www.youtube.com/watch?v=kabnjBXPsWU

Responde.

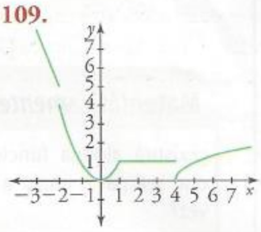
106. ¿Cómo se interpreta gráficamente si una función es creciente o decreciente en un intervalo?

107. ¿Cómo es la gráfica de una función constante?

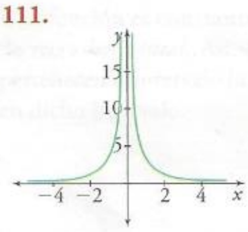
108. ¿Cómo se distingue gráficamente una función par y una función impar?

Indica en cada caso la parte donde la gráfica de la función es creciente, decreciente o constante.

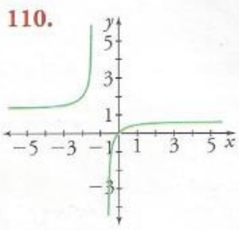
109.



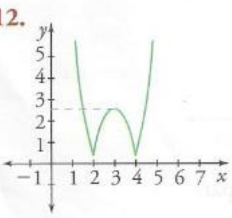
111.



110.



112.



Determina si las siguientes funciones son pares o impares o ninguna de las dos, utilizando la definición.

113. $f(x) = \dfrac{x^2}{1 + x}$

114. $f(x) = \dfrac{x^2}{1 + x^2}$

115. $f(x) = (x - 2)^3$

116. $f(x) = 3x + 2x^5$

Realiza el bosquejo de la gráfica de una función que cumpla con las siguientes condiciones.

117. Dom $f = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x \leq 5\}$

Ran $f = \{y \in \mathbb{R}: -1 \leq y \leq 2\}$

$f(x)$ es creciente para $-3 < x < 1$

$f(x)$ es decreciente para $1 \leq x < 5$

118. Dom $g = \{x \in \mathbb{R}: -5 \leq x \leq 5\}$

Ran $g = \{y \in \mathbb{R}: -3 \leq y \leq 4\}$

$g(x)$ es creciente para $-1 < x < 1$

$g(x)$ es constante para $-5 < x < -1$ y para $1 < x < 5$

$g(x)$ es impar

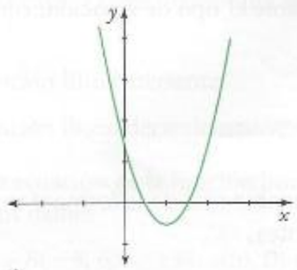
119. $h(x)$ es periódica, con período 3.

Pasa por el origen

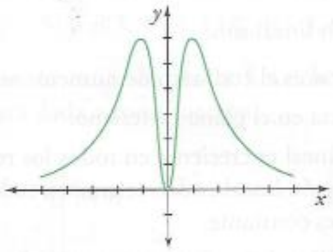
Ran $h = \{y \in \mathbb{R}: -3 \leq y \leq 4\}$

Identifica cuáles de estas gráficas corresponden a funciones pares, cuáles a funciones impares y cuáles a ninguna de las dos. Justifica tu respuesta.

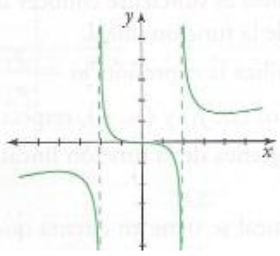
120.



121.

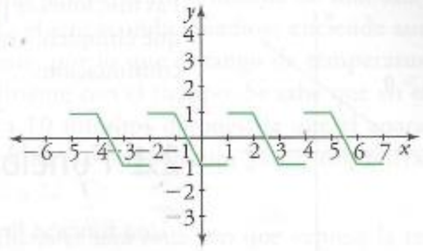


122.

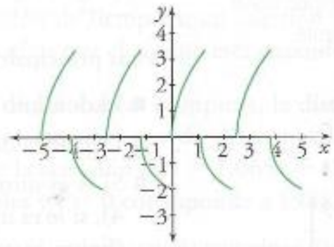


E Identifica cuáles de las siguientes funciones son periódicas. En caso de serlo, determina el período.

125.



126.



127.